



KATHOLISCHE UNIVERSITÄT
EICHSTÄTT-INGOLSTADT

Mathematisches Kolloquium

Quantenkognition und Musikalische Symmetrien

Dr. Peter beim Graben

BTU Cottbus-Senftenberg

Mittwoch, 20. Juni 2018, KG I/Bau A 103, 17.00 Uhr s.t.
Um 16.30 Uhr werden im selben Raum Kaffee und Tee serviert.



Wie werden akustische Reize im Kortex verarbeitet? Wir wissen seit Hermann von Helmholtz' bahnbrechenden Arbeiten in der Psychoakustik, dass die Cochlea im Wesentlichen eine Fourier-Analyse vornimmt, wodurch Töne im Abstand einer Oktave als gleichartig wahrgenommen werden. Bildgebende Verfahren haben darüber hinaus die tonotopische Repräsentation des akustischen Spektrums im primären auditorischen Kortex aufgezeigt. Allerdings weisen musikwissenschaftliche Theorien und experimentelle Ergebnisse der Musikpsychologie darauf hin, dass höhere Ebenen der auditorischen Verarbeitung komplexere Repräsentationen erfordern. Eine dieser Repräsentationen ist der Quintenzirkel, auf dem die zwölf Töne der chromatischen Tonleiter innerhalb einer Oktave (bei gleichmäßiger Stimmung) wie auf dem Ziffernblatt einer Uhr dargestellt werden. Der Quintenzirkel weist die Symmetrie der zyklischen Gruppe Z_{12} auf. Diese Symmetrie ist nahezu universell für alle musikalischen Kulturen der Menschheit, während sie im Tierreich, beispielsweise beim Vogelgesang, mutmaßlich nicht vorkommt. Wie löst man dieses Rätsel der Musikpsychologie?

In meinem Vortrag möchte ich neuere Ergebnisse meiner Zusammenarbeit mit Reinhard Blutner vorstellen. Indem wir experimentelle Daten zur tonalen Attraktion nicht in Abhängigkeit zur physikalischen Frequenz sondern zur Position auf dem Quintenzirkel abtragen, finden wir einen einfachen periodischen Zusammenhang, der sich durch die Kosinus-Ähnlichkeit zweier Töne auf dem Quintenzirkel interpretieren lässt. Nach Pothos & Trueblood hängt Kosinus-Ähnlichkeit eng mit Quantenwahrscheinlichkeit zusammen, die im Forschungsfeld der Quantenkognition interessante Anwendungen gefunden hat.

In einem ersten Schritt beschreiben wir die Kosinus-Ähnlichkeit von Tönen durch eine „Schrödinger-Wellenfunktion“ auf dem Einheitskreis, die bereits 50% der Datenvarianz erklärt. In einem zweiten Schritt deformieren die Tonabstände auf dem Quintenzirkel durch eine „Eichtransformation“ und erhalten eine Schrödingergleichung, deren Potenzial-Terme sich als musikalische „Kräfte“ erweisen. Beide Modelle weisen die kontinuierliche $U(1)$ -Symmetrie der Kreisgruppe auf, die sich anschaulich als Transpositions-Symmetrie deuten lässt: Musikalische Melodien sind invariant unter Translationen auf dem Quintenzirkel.

Indem wir die Wellenfunktionen des Deformationsmodells in Fourier-Reihen entwickeln, erhalten wir Quantisierungsbedingungen, die erfüllt werden müssen, damit musikalische Kräfte sich innerhalb von Akkorden überlagern lassen können. Diese Quantisierungsbedingungen führen zu einer Brechung der ursprünglichen $U(1)$ -Transpositionssymmetrie in eine zyklische Gruppe, wodurch die Emergenz der Z_{12} -Symmetrie des Quintenzirkels schließlich verständlich wird. Das ist des Rätsels Lösung!

Literatur

beim Graben, P. & Blutner, R. (2017). Toward a gauge theory of musical forces. In: de Barros, J. A.; Coecke, B. & Pothos, E. (Hrsg.) *Quantum Interaction. 10th International Conference (QI 2016)*, Springer: Cham, S. 99 – 111.

beim Graben, P. & Blutner, R. (2018). Quantum approaches to music cognition. arXiv:1712.07417 [q-bio.NC]