



KATHOLISCHE UNIVERSITÄT
EICHSTÄTT-INGOLSTADT

Mathematisches Kolloquium

Gewichtete Konjunktion und Disjunktion auf der Grundlage der Quantenlogik

Prof. Dr. Ingo Schmitt

BTU Cottbus-Senftenberg

Mittwoch, 30. Januar 2019, KG I/Bau A 103, 17.00 Uhr s.t.

Um 16.30 Uhr werden im selben Raum Kaffee und Tee serviert.



In praktischen Anwendungen, bei denen Logikausdrücke über unscharfen Bedingungen verwendet werden, besteht oft Bedarf an einer Gewichtung von Junktorenargumenten. In den meisten Gewichtungsansätzen wird dies durch eine zusätzliche arithmetische Berechnung erreicht, etwa die gewichtete Summe, deren Formalismus allerdings außerhalb der Logik liegt. Im Vortrag soll gezeigt werden, dass eine Gewichtung komplett innerhalb der Quantenlogik realisiert werden kann. Gewichtete Logikausdrücke bleiben damit Logikausdrücke und können bei Bedarf mittels Logikgesetzen umgeformt werden.

Die Quantenlogik führt zu einem orthomodularen Verband von Projektoren eines endlichdimensionalen Hilbertraums. Eine Quantenmessung anhand eines Projektors und eines Zustandsvektors liefert einen als Wahrscheinlichkeitswert interpretierbaren reellen Wert aus dem Intervall $[0;1]$.

Im Fall von ausschließlich paarweise kommutierenden Projektoren ($P_1 \cdot P_2 = P_2 \cdot P_1$) erhalten wir einen Booleschen Verband als Unterverband der Quantenlogik. Die Quantenmessung liefert unter bestimmten Bedingungen einen Homomorphismus auf den $[0;1]$ -Verband. An eine dortige Gewichtung von Konjunktion und Disjunktion werden verschiedene Anforderungen gestellt. Der vorgeschlagene Gewichtungsansatz führt seitens der Projektoren des Booleschen Unterverbands künstliche Gewichtsdimensionen ein. Der Effekt dieser Erweiterung kann mit den Verbandsoperatoren, also innerhalb der Logik, ausgedrückt werden. Der Homomorphismus überführt diesen Effekt in eine gewichtete Konjunktion oder Disjunktion auf Messergebnissen aus dem Intervall $[0;1]$. Die resultierende Gewichtung erfüllt die vorab gestellten Anforderungen. Es wird gezeigt, dass auch geschachtelte Gewichtung möglich ist. Ein Spezialfall liegt vor, wenn die Gewichte zweier Junktorenargumente voneinander abhängig sind. Auch dieser Fall lässt sich durch die Einführung einer künstlichen Dimension beschreiben. Überraschend verschwindet in diesem Fall der Unterschied zwischen Konjunktion und Disjunktion und das Ergebnis entspricht dem gewichteten Durchschnitt.