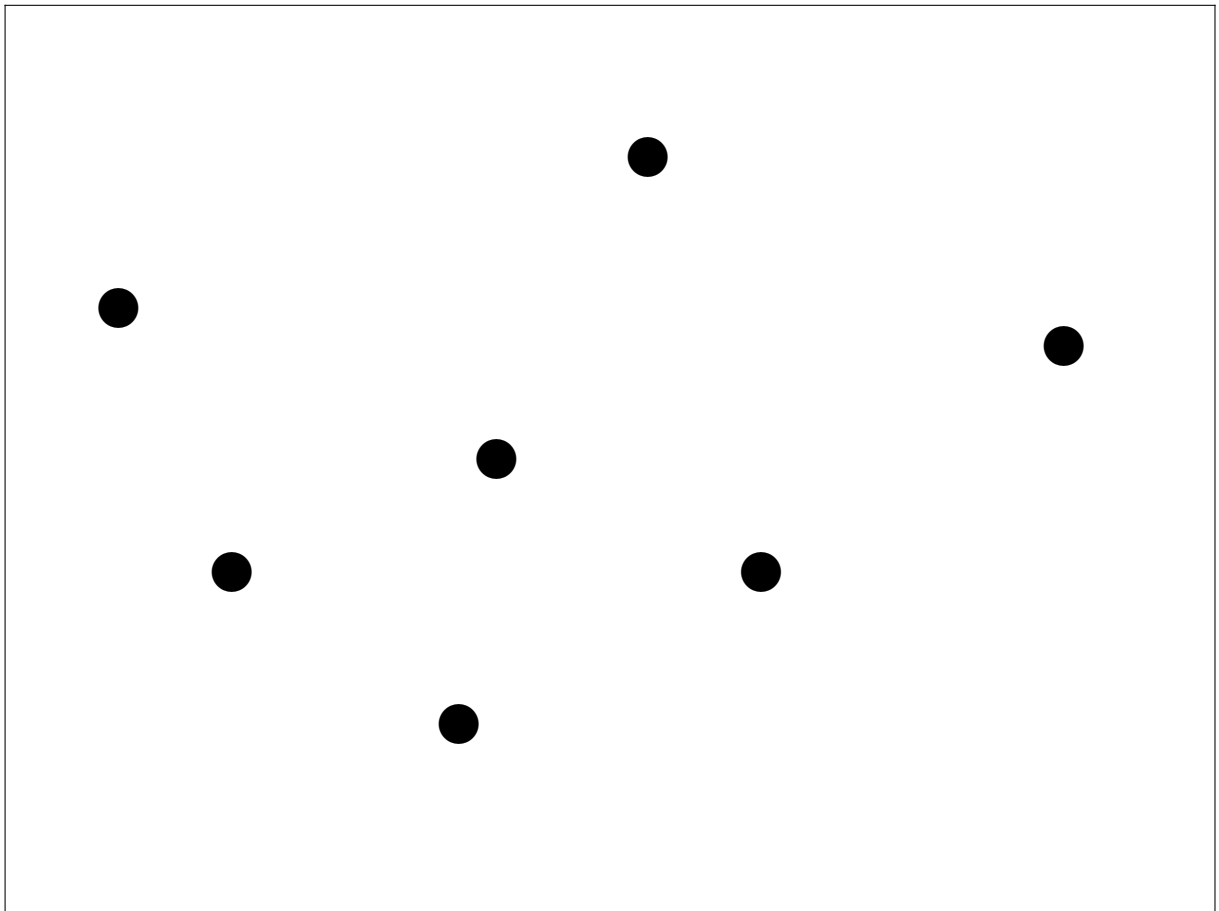
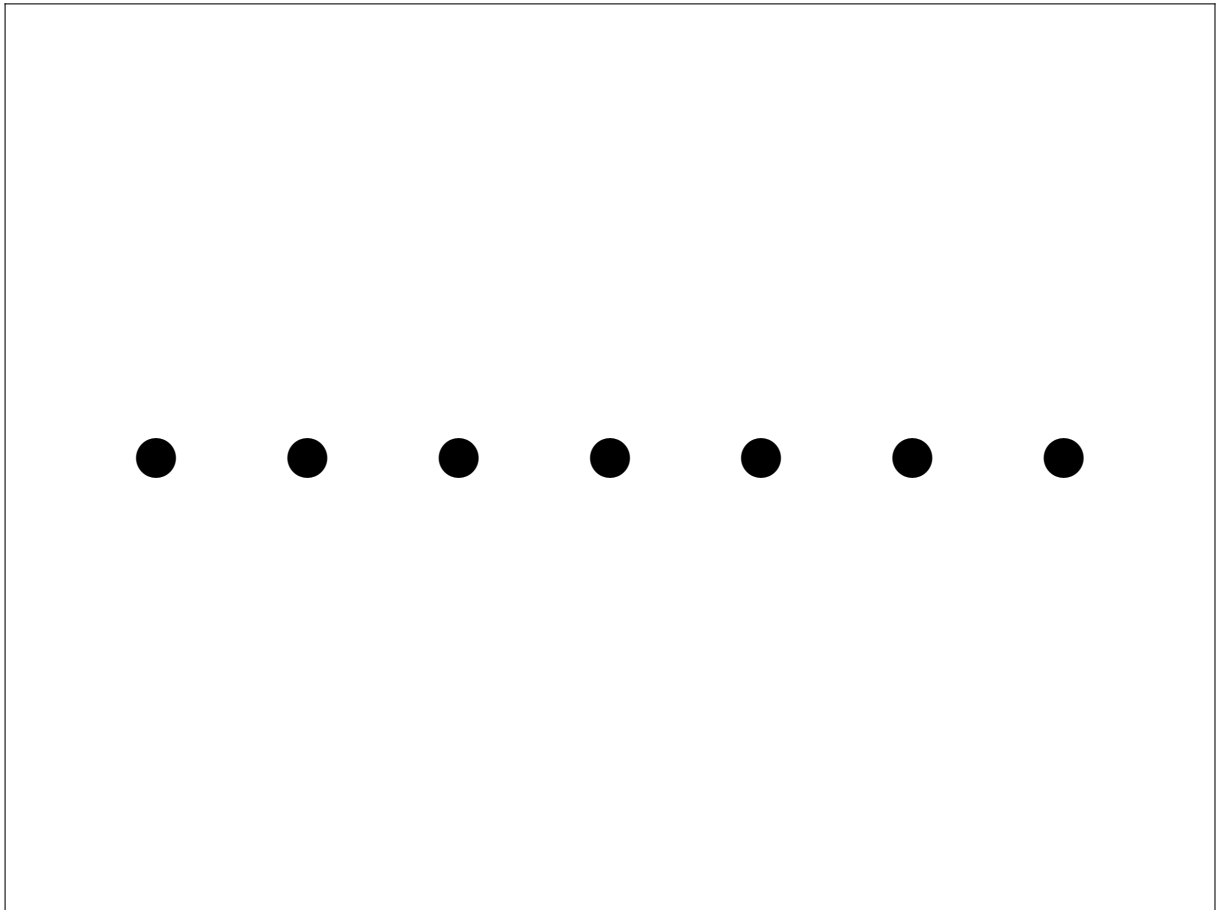


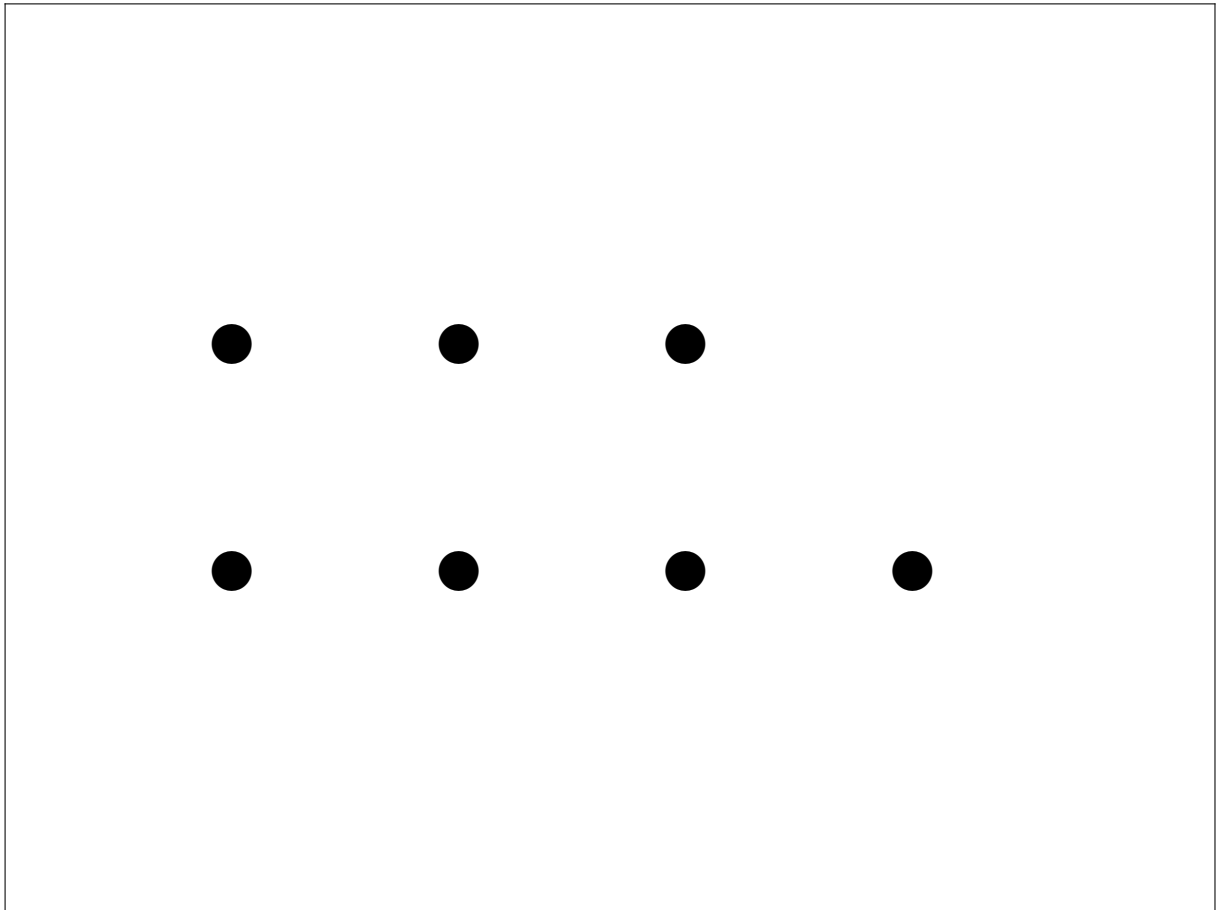
Inhaltsverzeichnis

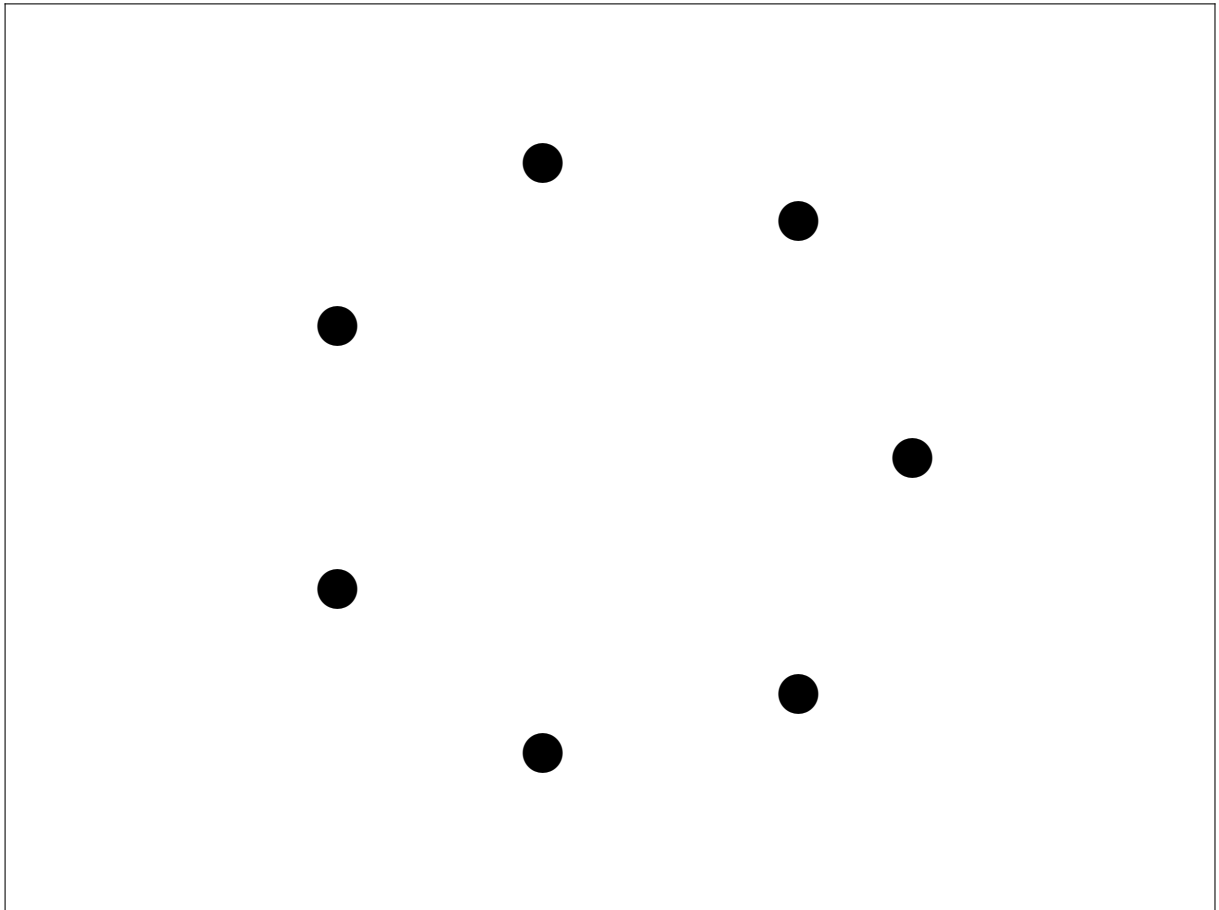
1	Zählen	2
2	Hinweise zu „Sieben und Rechnen“	7
3	Aufgaben zu „Sieben und Rechnen“	10
4	Die EinMalEins-Schablone	11
5	Mein EinMalEins	16
6	Ein-Mal-Eins-Kärtchen	17
7	Flexibles Multiplizieren	29
8	Knüpfen des multiplikativen Netzes	31
9	Teilbarkeitsregeln — Aufgaben	32
10	Teilbarkeitsregeln	34
11	Hunderterfeld und Hundertertafel	37
12	Operatives Üben im Hunderterraum	39
13	Zwölf Hundertertafeln	41
14	Färben in Hundertertafeln	42
15	Kombinatorik mit Hundertertafeln	43
16	Tausenderstreifen	44
17	Das Tausender-Quadrat — Färben	45
18	Das Tausender-Quadrat — Punkteln	46
19	Der Millionenkubus	47
20	Die Gausszahlen	48
21	Anregungen zu $M_{\text{igrationsh}}\text{INT}_{\text{ergrund}}$	49

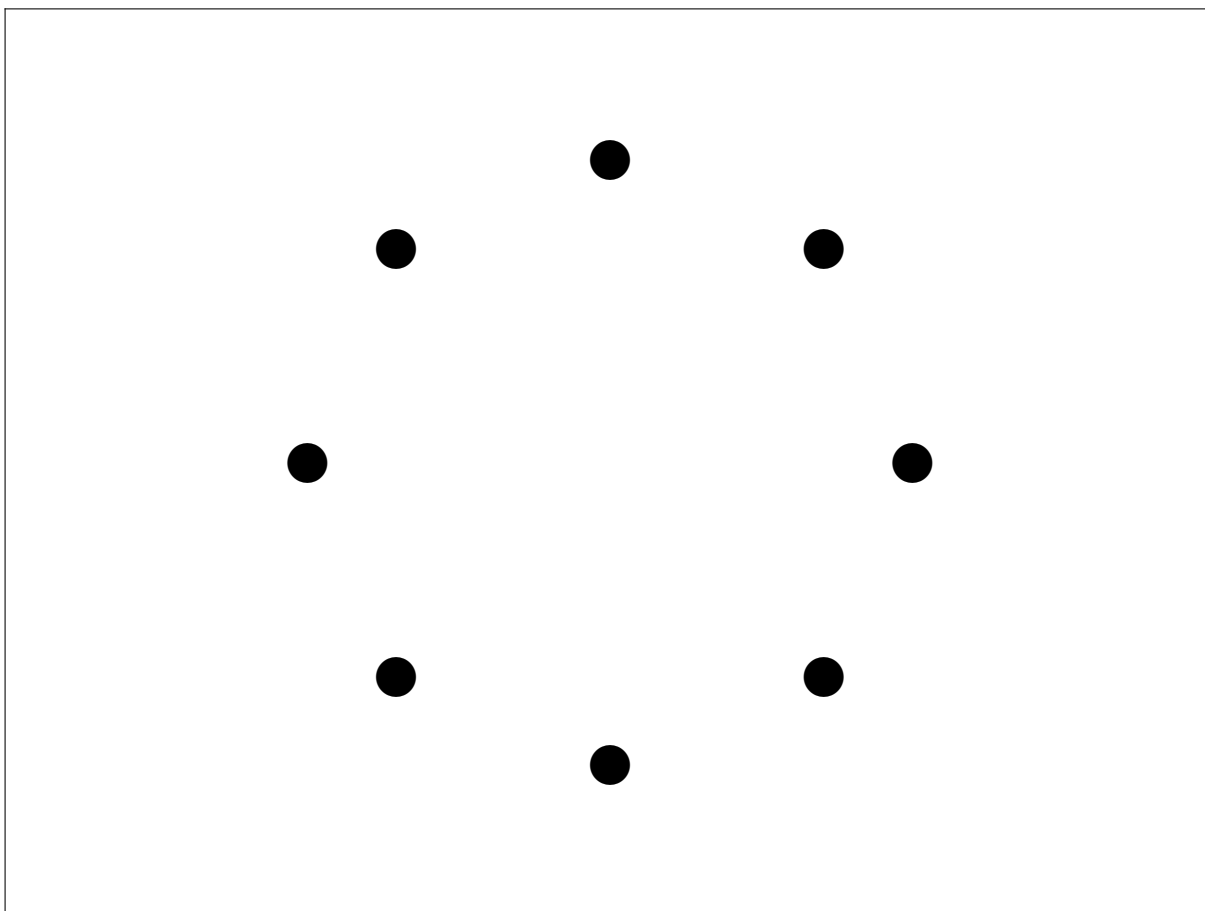
1 Zählen











2 Hinweise zu „Sieben und Rechnen“

A AUSGANGSPUNKT ist der Satz aus der Vorlesung mit $b = 7$:

Zu jeder natürlichen Zahl n gibt es — umkehrbar eindeutig — eine (endliche) Folge von Ziffern zwischen 0 und 6

$$\underbrace{a_{s-1},}_{\neq 0} \quad a_{s-2}, \quad \dots, \quad a_2, \quad a_1, \quad a_0, \quad (s = \text{Anzahl der Stellen})$$

so dass

$$n = a_{s-1} \cdot 7^{s-1} + a_{s-2} \cdot 7^{s-2} + \dots + a_2 \cdot 7^2 + a_1 \cdot 7^1 + a_0 \cdot 7^0$$

$$\stackrel{\text{Abkürzung}}{=} a_{s-1} a_{s-2} \dots a_2 a_1 a_0 \text{ }_7$$

B 7ERD-STUFENZAHLN:

7^7 = 823 543	7^6 = 117 649	7^5 = 16 807	7^4 = 2 401	7^3 = 343	7^2 = 49	7^1 = 7	7^0 = 1
$10\,000\,000_7$	$1\,000\,000_7$	$100\,000_7$	$10\,000_7$	$1\,000_7$	100_7	10_7	1_7

C 100_7 ER-TAFEL:

1_7 1	2_7 2	3_7 3	4_7 4	5_7 5	6_7 6	10_7 7
11_7 8	12_7 9	13_7 10	14_7 11	15_7 12	16_7 13	20_7 14
21_7 15	22_7 16	23_7 17	24_7 18	25_7 19	26_7 20	30_7 21
31_7 22	32_7 23	33_7 24	34_7 25	35_7 26	36_7 27	40_7 28
41_7 29	42_7 30	43_7 31	44_7 32	45_7 33	46_7 34	50_7 35
51_7 36	52_7 37	53_7 38	54_7 39	55_7 40	56_7 41	60_7 42
61_7 43	62_7 44	63_7 45	64_7 46	65_7 47	66_7 48	100_7 49

D DAS KLEINE $1_7 + 1_7$:

+	1_7	2_7	3_7	4_7	5_7	6_7	10_7
1_7	2_7	3_7	4_7	5_7	6_7	10_7	11_7
2_7	3_7	4_7	5_7	6_7	10_7	11_7	12_7
3_7	4_7	5_7	6_7	10_7	11_7	12_7	13_7
4_7	5_7	6_7	10_7	11_7	12_7	13_7	14_7
5_7	6_7	10_7	11_7	12_7	13_7	14_7	15_7
6_7	10_7	11_7	12_7	13_7	14_7	15_7	16_7
10_7	11_7	12_7	13_7	14_7	15_7	16_7	20_7

E DAS KLEINE $1_7 \cdot 1_7$:

\cdot	1_7	2_7	3_7	4_7	5_7	6_7	10_7
1_7	1_7	2_7	3_7	4_7	5_7	6_7	10_7
2_7	2_7	4_7	6_7	11_7	13_7	15_7	20_7
3_7	3_7	6_7	12_7	15_7	21_7	24_7	30_7
4_7	4_7	11_7	15_7	22_7	26_7	33_7	40_7
5_7	5_7	13_7	21_7	26_7	34_7	42_7	50_7
6_7	6_7	15_7	24_7	33_7	42_7	51_7	60_7
10_7	10_7	20_7	30_7	40_7	50_7	60_7	100_7

D UMWANDLUNG 7ERD \rightarrow 10ERD:

„Zusammenpacken der 7er-Portionen“

$$\begin{aligned}
34_7 &= 3 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0 \\
&= 3 \cdot 7 + 4 \cdot 1 = 25 \\
160_7 &= 1 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^1 + 0 \cdot 7^0 = 49 + 42 = 91 \\
2613_7 &= 2 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 \\
&= 686 + 294 + 7 + 3 = 990 \\
45102_7 &= 4 \cdot 7^4 + 5 \cdot 7^3 + 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 2 \cdot 7^0 \\
&= 9604 + 1715 + 49 + 2 = 11370
\end{aligned}$$

E UMWANDLUNG 10ERD \rightarrow 7ERD / ABSTEIGENDDies geschieht mit Hilfe der Stufenzahlen aus **B**

$$\begin{aligned}
32 &= 4 \cdot 7 + 4 \cdot 1 = 44_7 \\
184 &= 3 \cdot 49 + 5 \cdot 7 + 2 \cdot 1 = 352_7 \\
566 &= 1 \cdot 343 + 4 \cdot 49 + 3 \cdot 7 + 6 = 1436_7 \\
8149 &= 3 \cdot 2401 + 946 \\
&= 3 \cdot 2401 + 2 \cdot 343 + 260 \\
&= 3 \cdot 2401 + 2 \cdot 343 + 5 \cdot 49 + 15 \\
&= 3 \cdot 2401 + 2 \cdot 343 + 5 \cdot 49 + 2 \cdot 7 + 1 \\
&= 32521_7
\end{aligned}$$

F UMWANDLUNG 10ERD \rightarrow 7ERD / AUFSTEIGEND

Dies geschieht mit Hilfe der „Division durch 7 mit Rest“.

$$\begin{array}{l}
32 : 7 = 4 \text{ R } 4 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 32 = 4 \cdot 7 + 4 \\
4 : 7 = 0 \text{ R } 4 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 4 = 0 \cdot 7 + 4 \\
\\
184 : 7 = 26 \text{ R } 2 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 184 = 26 \cdot 7 + 2 \\
26 : 7 = 3 \text{ R } 5 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 26 = 3 \cdot 7 + 5 \\
3 : 7 = 0 \text{ R } 3 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 0 = 3 \cdot 7 + 3 \\
\\
566 : 7 = 80 \text{ R } 6 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 566 = 80 \cdot 7 + 6 \\
80 : 7 = 11 \text{ R } 3 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 80 = 11 \cdot 7 + 3 \\
11 : 7 = 1 \text{ R } 4 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 11 = 1 \cdot 7 + 4 \\
1 : 7 = 0 \text{ R } 1 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 1 = 0 \cdot 7 + 1 \\
\\
8149 : 7 = 1163 \text{ R } 1 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 8149 = 1163 \cdot 7 + 1 \\
1163 : 7 = 166 \text{ R } 2 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 1163 = 166 \cdot 7 + 2 \\
166 : 7 = 23 \text{ R } 5 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 166 = 23 \cdot 7 + 5 \\
23 : 7 = 3 \text{ R } 2 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 23 = 3 \cdot 7 + 2 \\
3 : 7 = 0 \text{ R } 3 \quad \parallel \quad \text{d.h. } 3 = 0 \cdot 7 + 3
\end{array}$$

Liest man die Reste von unten nach oben, so erhält man die Zahl in 7erD.

3 Aufgaben zu „Sieben und Rechnen“

Ein b -System-Umwandel-Rechner zur Kontrolle findet sich unter

<http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/Zahlensysteme.htm>

1. Wandle um in 10erD:

- | | | | | |
|---------------|----------------|-----------------|-----------------|--------------------|
| a) 3_7 | b) 5_7 | c) 15_7 | d) 36_7 | e) 41_7 |
| f) 66_7 | g) 100_7 | h) 364_7 | i) 606_7 | k) $2\ 000_7$ |
| l) $5\ 261_7$ | m) $12\ 345_7$ | n) $654\ 321_7$ | o) $666\ 666_7$ | p) $3\ 456\ 602_7$ |

2. Wandle um in 7erD:

- | | | | | |
|--------|----------|----------|-----------|------------|
| a) 2 | b) 6 | c) 12 | d) 19 | e) 28 |
| f) 73 | g) 104 | h) 252 | i) 343 | k) 406 |
| l) 931 | m) 1 234 | n) 9 382 | o) 12 345 | p) 830 416 |

3. Wandle Stufenzahlen in 7erD:

- | | | | | | |
|-------|--------|----------|-----------|------------|--------------|
| a) 10 | b) 100 | c) 1 000 | d) 10 000 | e) 100 000 | f) 1 000 000 |
|-------|--------|----------|-----------|------------|--------------|

4. Wandle Primzahlen in 7erD:

- | | | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------|---------|-----------|
| a) 11 | b) 61 | c) 97 | d) 127 | e) 769 | f) 1987 | g) 49 999 |
|-------|-------|-------|--------|--------|---------|-----------|

5. Wandle 6er-Vielfache in 7erD:

- | | | | | | | |
|------|-------|--------|--------|--------|----------|----------|
| a) 6 | b) 36 | c) 102 | d) 216 | e) 354 | f) 3 258 | g) 4 500 |
|------|-------|--------|--------|--------|----------|----------|

Sind die Quersummen in 7erD durch 6 teilbar?

6. Addiere die Zahlen in 7er-Darstellung (evtl. schriftlich):

- | | | | |
|-----------------|-------------------|---------------------------|---------------------------------|
| a) $41_7 + 5_7$ | b) $364_7 + 41_7$ | c) $5\ 261_7 + 12\ 345_7$ | d) $654\ 321_7 + 3\ 456\ 602_7$ |
|-----------------|-------------------|---------------------------|---------------------------------|

7. Subtrahiere die Zahlen in 7er-Darstellung (evtl. schriftlich):

- | | | | |
|-------------------|---------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $364_7 - 41_7$ | b) $12\ 345_7 - 5\ 261_7$ | c) $3\ 456\ 602_7 - 5\ 261_7$ | d) $654\ 321_7 - 12\ 345_7$ |
|-------------------|---------------------------|-------------------------------|-----------------------------|

8. Multipliziere die Zahlen in 7er-Darstellung (evtl. schriftlich):

- | | | | |
|---------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------------|
| a) $41_7 \cdot 5_7$ | b) $606_7 \cdot 5_7$ | c) $364_7 \cdot 41_7$ | d) $5\ 261_7 \cdot 12\ 345_7$ |
|---------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------------|

9. Dividiere die Zahlen in 7er-Darstellung (evtl. schriftlich):

- | | | | |
|-----------------|---------------------|-------------------|-----------------------|
| a) $36_7 : 3_7$ | b) $2\ 626_7 : 5_7$ | c) $264_7 : 15_7$ | d) $20\ 402_7 : 13_7$ |
|-----------------|---------------------|-------------------|-----------------------|

4 Die EinMalEins-Schablone

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

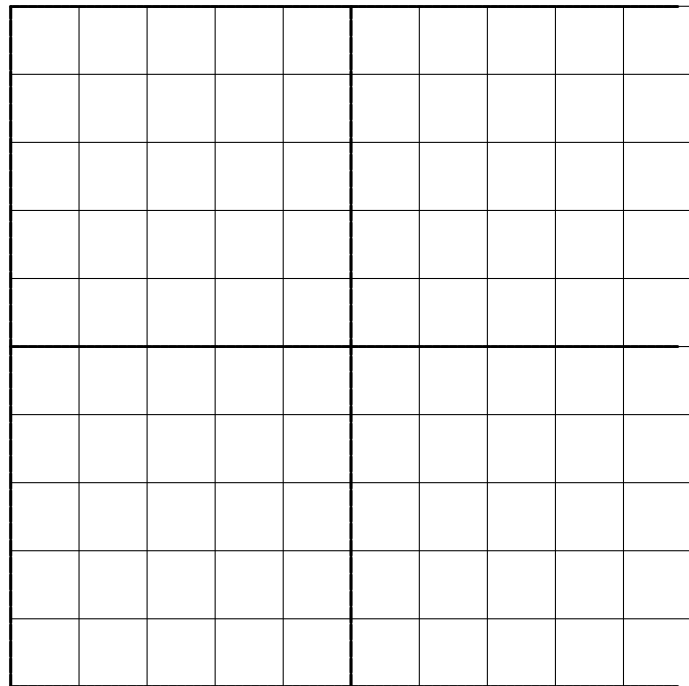
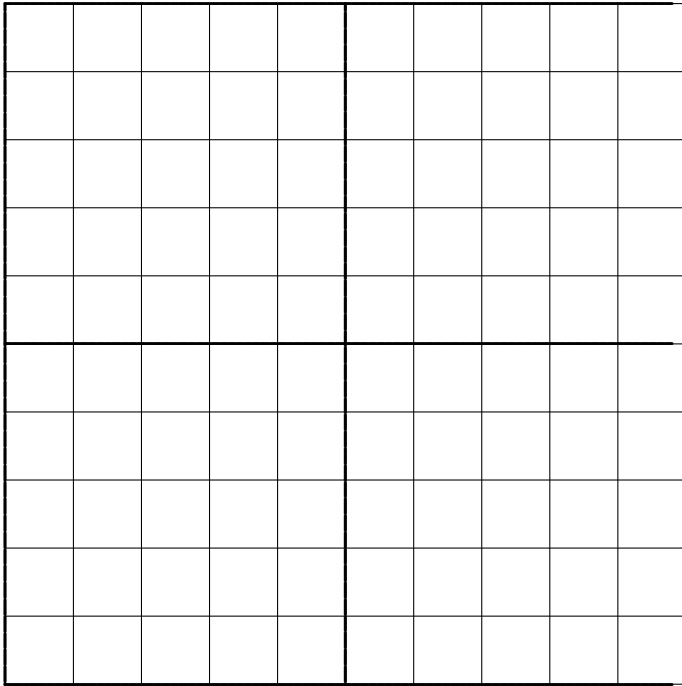
0									
1	0								
2	1	0							
3	2	1	0						
4	3	2	1	0					
5	4	3	2	1	0				
6	5	4	3	2	1	0			
7	6	5	4	3	2	1	0		
8	7	6	5	4	3	2	1	0	
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

	:1	:2	:3	:4	:5	:6	:7	:8	:9	:10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

1										
2	1									
3		1								
4	2		1							
5				1						
6	3	2			1					
7						1				
8	4		2				1			
9		3						1		
10	5			2						1

• 11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

11	12	13	14	11	16	17	18	19	20
22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
110	120	130	140	150	160	170	180	190	200



5 Mein EinMalEins

·	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 0-Reihe

$$0 \cdot 0$$

$$1 \cdot 0$$

$$2 \cdot 0$$

$$3 \cdot 0$$

$$4 \cdot 0$$

$$5 \cdot 0$$

$$6 \cdot 0$$

$$7 \cdot 0$$

$$8 \cdot 0$$

$$9 \cdot 0$$

$$10 \cdot 0$$

$$11 \cdot 0$$

$$12 \cdot 0$$

$$15 \cdot 0$$

$$20 \cdot 0$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 1-Reihe

$$0 \cdot 1$$

$$1 \cdot 1$$

$$2 \cdot 1$$

$$3 \cdot 1$$

$$4 \cdot 1$$

$$5 \cdot 1$$

$$6 \cdot 1$$

$$7 \cdot 1$$

$$8 \cdot 1$$

$$9 \cdot 1$$

$$10 \cdot 1$$

$$11 \cdot 1$$

$$12 \cdot 1$$

$$15 \cdot 1$$

$$20 \cdot 1$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 2-Reihe

$$0 \cdot 2$$

$$1 \cdot 2$$

$$2 \cdot 2$$

$$3 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2$$

$$5 \cdot 2$$

$$6 \cdot 2$$

$$7 \cdot 2$$

$$8 \cdot 2$$

$$9 \cdot 2$$

$$10 \cdot 2$$

$$11 \cdot 2$$

$$12 \cdot 2$$

$$15 \cdot 2$$

$$20 \cdot 2$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 3-Reihe

$$0 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$2 \cdot 3$$

$$3 \cdot 3$$

$$4 \cdot 3$$

$$5 \cdot 3$$

$$6 \cdot 3$$

$$7 \cdot 3$$

$$8 \cdot 3$$

$$9 \cdot 3$$

$$10 \cdot 3$$

$$11 \cdot 3$$

$$12 \cdot 3$$

$$15 \cdot 3$$

$$20 \cdot 3$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 4-Reihe

$$0 \cdot 4$$

$$1 \cdot 4$$

$$2 \cdot 4$$

$$3 \cdot 4$$

$$4 \cdot 4$$

$$5 \cdot 4$$

$$6 \cdot 4$$

$$7 \cdot 4$$

$$8 \cdot 4$$

$$9 \cdot 4$$

$$10 \cdot 4$$

$$11 \cdot 4$$

$$12 \cdot 4$$

$$15 \cdot 4$$

$$20 \cdot 4$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 5-Reihe

$$0 \cdot 5$$

$$1 \cdot 5$$

$$2 \cdot 5$$

$$3 \cdot 5$$

$$4 \cdot 5$$

$$5 \cdot 5$$

$$6 \cdot 5$$

$$7 \cdot 5$$

$$8 \cdot 5$$

$$9 \cdot 5$$

$$10 \cdot 5$$

$$11 \cdot 5$$

$$12 \cdot 5$$

$$15 \cdot 5$$

$$20 \cdot 5$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 6-Reihe

$$0 \cdot 6$$

$$1 \cdot 6$$

$$2 \cdot 6$$

$$3 \cdot 6$$

$$4 \cdot 6$$

$$5 \cdot 6$$

$$6 \cdot 6$$

$$7 \cdot 6$$

$$8 \cdot 6$$

$$9 \cdot 6$$

$$10 \cdot 6$$

$$11 \cdot 6$$

$$12 \cdot 6$$

$$15 \cdot 6$$

$$20 \cdot 6$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 7-Reihe

$$0 \cdot 7$$

$$1 \cdot 7$$

$$2 \cdot 7$$

$$3 \cdot 7$$

$$4 \cdot 7$$

$$5 \cdot 7$$

$$6 \cdot 7$$

$$7 \cdot 7$$

$$8 \cdot 7$$

$$9 \cdot 7$$

$$10 \cdot 7$$

$$11 \cdot 7$$

$$12 \cdot 7$$

$$15 \cdot 7$$

$$20 \cdot 7$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 8-Reihe

$$0 \cdot 8$$

$$1 \cdot 8$$

$$2 \cdot 8$$

$$3 \cdot 8$$

$$4 \cdot 8$$

$$5 \cdot 8$$

$$6 \cdot 8$$

$$7 \cdot 8$$

$$8 \cdot 8$$

$$9 \cdot 8$$

$$10 \cdot 8$$

$$11 \cdot 8$$

$$12 \cdot 8$$

$$15 \cdot 8$$

$$20 \cdot 8$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 9-Reihe

$$0 \cdot 9$$

$$1 \cdot 9$$

$$2 \cdot 9$$

$$3 \cdot 9$$

$$4 \cdot 9$$

$$5 \cdot 9$$

$$6 \cdot 9$$

$$7 \cdot 9$$

$$8 \cdot 9$$

$$9 \cdot 9$$

$$10 \cdot 9$$

$$11 \cdot 9$$

$$12 \cdot 9$$

$$15 \cdot 9$$

$$20 \cdot 9$$

Ein-Mal-Eins-Kärtchen — 10-Reihe

$$0 \cdot 10$$

$$1 \cdot 10$$

$$2 \cdot 10$$

$$3 \cdot 10$$

$$4 \cdot 10$$

$$5 \cdot 10$$

$$6 \cdot 10$$

$$7 \cdot 10$$

$$8 \cdot 10$$

$$9 \cdot 10$$

$$10 \cdot 10$$

$$11 \cdot 10$$

$$12 \cdot 10$$

$$15 \cdot 10$$

$$20 \cdot 10$$

Aufgaben zum „Flexiblen Multiplizieren“

A $6 \cdot 4$

B $6 \cdot 9$

C $6 \cdot 6$

D $5 \cdot 17$

E $6 \cdot 19$

F $12 \cdot 12$

G $16 \cdot 16$

H $100 \cdot 100$

I $61 \cdot 61$

K $19 \cdot 21$

L $7 \cdot 125$

M $6 \cdot 6 \cdot 6$

N $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

O $64 \cdot 8$

P $7 \cdot 25 \cdot 4$

Q $5 \cdot 4607$

R $3 \cdot 843\,215\,769$

S $84 \cdot 37$

T $427 \cdot 3008$

U $111\,111\,111 \cdot 111\,111\,111$

8 Knüpfen des multiplikativen Netzes

- Basiskonzepte (Plattformaufgaben, Ankeraufgaben)
 - Kleines Ein–Mal–Eins
 - Quadratzahlen bis 20 oder besser noch: 32.
 - Kubikzahlen: 1^3 2^3 3^3 4^3 5^3 6^3 7^3 8^3 9^3 10^3
 - Hoch–Vier–Potenzen 1^4 2^4 3^4 4^4 5^4
 - Zweier–Potenzen bis 2^{10}
 - Großes Ein–Mal–Eins
- Vervielfachen
 - Verdoppeln
 - Ver–10–Fachen
 - Ver–5–Fachen: Verzehnfache und Halbiere!
 - Ver–4–Fachen: Zweimaliges Verdoppeln!
 - Ver–3–Fachen: Wiederholtes Addieren!
- Teilen
 - Halbieren
 - Zehnteln
 - Fünfteln: Verdoppele und Zehnteile!
 - Vierteln: Zweimaliges Halbieren!
- Basistechniken
 - Kommutativgesetz
 - Assoziativgesetz
 - Distributivgesetz
- Test–Routinen
 - Endziffern–Vergleich
 - Bezug zu Ankeraufgaben
 - Teilbarkeitsregeln (Siehe dort!)
 - Überschlagsrechnen
- Fortschreiten
 - Binomische Formeln
 - Primzahl–Strukturen

9 Teilbarkeitsregeln — Aufgaben

Die Darstellung von Zahlen durch Ziffernfolgen in einem b -System, hier speziell im 10-System, ermöglicht die sogenannten Teilbarkeitsregeln: Mit Hilfe von einfachen Ziffern-Berechnungen ist es möglich, schnell und sicher die Teilbarkeit (= ohne Rest) einer Zahl n durch eine kleine Zahl m zu testen.

2 Teilbarkeit durch 2.

(a) Welche der folgenden Zahlen sind durch 2 teilbar?

12 573 67320 57483948 1234567890 10987654321

(b) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 2.

4 Teilbarkeit durch 4

(a) Welche der folgenden Zahlen sind durch 4 teilbar?

12 130 87234 9047264 1234734723841 4303489558

(b) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 4.

Schreiben Sie sie (anonym) auf das Kärtchen! Die Kärtchen werden eingesammelt, die Formulierungen dann diskutiert.

8 Teilbarkeit durch 8

(a) Welche der folgenden Zahlen sind durch 8 teilbar?

48 152 380 3457664 4782304958672 893485798740

(b) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 8.

5 Teilbarkeit durch 5

(a) Welche der folgenden Zahlen sind durch 5 teilbar?

85 46365 234560 84348013785 57294857570 85998325534755

(b) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 5.

25 Teilbarkeit durch 25

(a) Welche der folgenden Zahlen sind durch 25 teilbar?

75 445595 539485750 93457347225 909834987200 567585778234757562

(b) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 25.

$2^m; 5^m$ Wie lautet die allgemeine Regel für die Teilbarkeit einer Zahl durch 2^m bzw. 5^m ?

10^m Teilbarkeit durch 10, 100, 1000...

(a) Welche der folgenden Zahlen sind durch 10, 100, 1000... teilbar?

430 2700 62965000000 0 1 Gogol 751239485773457

(b) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 10, 100, 1000...

3; 9; 6 Teilbarkeit durch 3 bzw. 9 bzw. 6

(a) Welche der folgenden Zahlen sind durch 3 bzw. durch 9 teilbar?

84	111	1000	8394857	1234567890	3333333333
97	777	10 000	75349578	−369	589456234757562

(b) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 3 bzw. 9.

(c) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 6.

11 Teilbarkeit durch 11

(a) Die folgenden Zahlen sind durch 11 teilbar!

11	22	...	99	110	330
374	462	583	231	891	297
1089	1243	3652	9735	5027	148291
1001	1991	905509	973379	12344321	123456654321

(b) Können Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 11 entdecken?

(c) Formulieren Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 11.

(d) Warum ist die Spiegelzahl einer durch 33 teilbaren Zahl wieder durch 33 teilbar?

7 Teilbarkeit durch 7

(a) Die folgenden Zahlen sind durch 7 teilbar!

7	49	91	98	168	196
343	427	525	679	777	994
1078	2051	2401	3164	4767	5691
1326171	5317529	11126024	432172151346511565351156536		

(b) Können Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 7 entdecken?

(c) Fragen Sie Ihre Freunde, Bekannten, Mathematiklehrer nach einer solchen Regel!

10 Teilbarkeitsregeln

2 Teilbarkeit durch 2.

- (A) Eine natürliche Zahl heißt *gerade*,
genau dann, wenn
- (B) sie durch 2 teilbar ist,
genau dann, wenn
- (C) die Einer-Ziffer durch 2 teilbar ist.

4 Teilbarkeit durch 4.

Mathematisch-fachliche Formulierung

- (A) Eine natürliche Zahl ist durch 4 teilbar
genau dann, wenn
- (B) die aus den letzten beiden Ziffern bestehende Zahl durch 4 teilbar ist.

Schülergemäße Formulierung

Willst Du wissen, ob eine Zahl ohne Rest durch 4 teilbar ist, so schaue einfach die aus den letzten beiden Ziffern bestehende Zahl an:

Wenn diese zweistellige Zahl ohne Rest durch 4 teilbar ist, dann ist auch die Anfangszahl ohne Rest durch 4 teilbar.

$2^m; 5^m$ Teilbarkeit durch 2^m bzw. 5^m

- (A) Eine natürliche Zahl ist durch 2^m bzw. 5^m teilbar
genau dann, wenn
- (B) die aus den letzten m Ziffern bestehende Zahl durch 2^m bzw. 5^m teilbar ist.

3;9 Teilbarkeit durch 3 bzw. 9

Die Summe der Ziffern einer Zahl wird in der Mathematik *Quersumme* genannt.

- (A) Eine natürliche Zahl ist durch 3 bzw. 9 teilbar
genau dann, wenn
- (B) ihre Quersumme durch 3 bzw. 9 teilbar ist.

11 Der Unterschied zwischen der Summe der Ziffern der geraden Stellenpositionen und der Summe der Ziffern der ungeraden Stellenpositionen wird in der Mathematik *Wechselsumme* genannt.

- (A) Eine natürliche Zahl ist durch 11 teilbar genau dann, wenn
- (B) ihre Wechselsumme durch 11 teilbar ist.

Daraus lässt sich folgern:

- (A) Eine natürliche Zahl ist durch 11 teilbar, wenn
- (B) sie eine symmetrische Zahl (Ziffernreihe in beiden Richtungen gleich) mit gerader Stellenzahl ist.

7 Leider ist die Regel etwas komplizierter als die anderen Teilbarkeitsregeln.

Schreibe die Anfangs-Zahl auf!

Bilde eine neue Zahl mit weniger Stellen nach der folgenden Regel:

- Streiche die Einerziffer einfach weg!
- Ziehe dann diese Einerziffer ab!
- Ziehe diese Einerziffer noch einmal ab!

Führe diesen Dreierschritt mehrmals so lange aus, bis eine zweistellige Zahl entstanden ist. Wir nennen diese Zahl dann die End-Zahl.

Wenn die End-Zahl durch 7 teilbar ist, dann ist auch die Anfangs-Zahl durch 7 teilbar.

Wenn die End-Zahl nicht durch 7 teilbar ist, dann ist auch die Anfangs-Zahl nicht durch 7 teilbar.

Dafür sollte man die zweistelligen 7er-Zahlen kennen:

0 7 14 21 28 35 42 49 56 63 70 77 84 91 98.

Beispiel: Ist die Zahl 259 durch 7 teilbar?

$$259 \xrightarrow{1} 25 \xrightarrow{2} 16 \xrightarrow{3} 7$$

Die Zahl 259 ist also durch 7 teilbar.

Beispiele: Ist die Zahl 25606 durch 7 teilbar?

$$\begin{array}{l} 25606 \xrightarrow{1} 2560 \xrightarrow{2} 2554 \xrightarrow{3} 2548 \\ 2548 \xrightarrow{1} 254 \xrightarrow{2} 246 \xrightarrow{3} 238 \\ 238 \xrightarrow{1} 23 \xrightarrow{2} 15 \xrightarrow{3} 7 \end{array}$$

Die End-Zahl ist eine 7, also ist die Anfangs-Zahl durch 7 teilbar.

Beispiel: Ist die Zahl 36935 durch 7 teilbar?

$$\begin{array}{l} 36935 \xrightarrow{1} 3693 \xrightarrow{2} 3688 \xrightarrow{3} 3683 \\ 3683 \xrightarrow{1} 368 \xrightarrow{2} 365 \xrightarrow{3} 362 \\ 362 \xrightarrow{1} 36 \xrightarrow{2} 34 \xrightarrow{3} 32 \end{array}$$

Da 32 nicht durch 7 teilbar ist, ist 36935 auch nicht durch 7 teilbar.

Ist 4048247 durch 7 teilbar?

$$\begin{array}{l} 4048247 \xrightarrow{1} 404824 \xrightarrow{2} 404817 \xrightarrow{3} 404810 \\ 404810 \xrightarrow{1} 40481 \xrightarrow{2} 40481 \xrightarrow{3} 40481 \\ 40481 \xrightarrow{1} 4048 \xrightarrow{2} 4047 \xrightarrow{3} 4046 \\ 4046 \xrightarrow{1} 404 \xrightarrow{2} 398 \xrightarrow{3} 392 \\ 392 \xrightarrow{1} 39 \xrightarrow{2} 37 \xrightarrow{3} 35 \end{array}$$

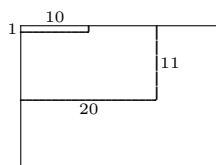
Die End-Zahl ist durch 7 teilbar, also ist auch die Anfangszahl 4048247 durch 7 teilbar.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

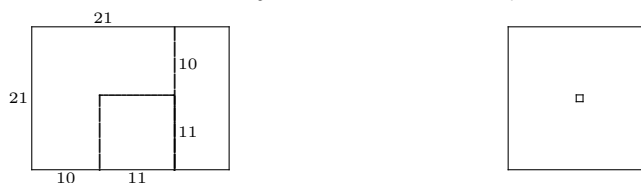
Hundertertafel

12 Operatives Üben im Hunderterraum

1. Schneide das *Hunderterfeld* und die *Hundertertafel* aus! Färbe jeweils das zweite und dritte Viertel-Quadrat ein!
2. Schneide von einem DIN A4-Blatt einen *Zahlwinkel* ab.



3. Schneide von zwei DIN A4-Blättern jeweils ein 21 cm-Quadrat und davon ein 11 cm-Quadrat ab.



Klebe zwei solche Quadrat-Winkel so zusammen, dass das *Zahlfenster* in Form eines 21 cm-Quadrats mit einem 1 cm-Quadrat-Loch in der Mitte entsteht.

4. Decke mit dem Zahlwinkel verschiedene Zahlen am Hunderterfeld auf!
Suche mit dem Zahlfenster die Zahlen auf der Hundertertafel!

- a) 7 b) 12 c) 25 d) 40 e) 65
f) 84 g) 100 h) X3 i) 8X k) XX

X bedeutet eine der Ziffern 0 bis 9

5. Der Operator $+12$ kann auf verschiedene Weisen repräsentiert werden:

- Aussprechen als Anweisung: „Addiere 12“
- Graphik: $\square \xrightarrow{+12} \square$
- Zerlegung: Addiere einen Zehner und dann zwei Einer!
- Plot-Befehl am Hunderterfeld (Vorsicht bei Zehnerübergang!):
Schiebe den Zahlwinkel eine Zeile nach unten, dann zwei Spalten nach rechts.
- Plot-Befehl an der Hundertertafel (Vorsicht bei Zehnerübergang!):
Schiebe das Zahlfenster eine Zeile nach unten, zwei Spalten nach rechts.

Führe so die folgenden Additionen aus:

- a) $7 + 3$ b) $12 + 3$ c) $25 + 3$ d) $37 + 3$ e) $49 + 3$
f) $7 + 12$ g) $14 + 12$ h) $25 + 12$ i) $37 + 12$ k) $49 + 12$
l) $7 + 43$ m) $14 + 43$ n) $25 + 43$ o) $37 + 43$ p) $49 + 43$

6. Der Operator -23 kann auf verschiedene Weisen repräsentiert werden:

- Aussprechen als Anweisung: „Subtrahiere 23“
- Graphik: $\square \xrightarrow{-23} \square$
- Zerlegung: Ziehe zwei Zehner ab und dann drei Einer!
- Plot-Befehl am Hunderterfeld (Vorsicht bei Zehnerübergang!):
Schiebe den Zahlwinkel zwei Zeilen nach oben, drei Spalten nach links.
- Plot-Befehl an der Hundertertafel (Vorsicht bei Zehnerübergang!):
Schiebe das Zahlfenster zwei Zeilen nach oben, drei Spalten nach links.

Führe so die folgenden Subtraktionen aus:

- a) $7 - 4$ b) $15 - 4$ c) $24 - 4$ d) $37 - 4$ e) $49 - 4$
 f) $25 - 23$ g) $47 - 23$ h) $58 - 23$ i) $60 - 23$ k) $82 - 23$
 l) $45 - 31$ m) $51 - 31$ n) $62 - 31$ o) $79 - 31$ p) $90 - 31$

7. Wo stehen Spiegelzahlen?

$$12 \leftrightarrow 21 \quad 23 \leftrightarrow 32 \quad 56 \leftrightarrow 65 \quad 44 \leftrightarrow 44 \quad 93 \leftrightarrow 39 \quad 60 \leftrightarrow 06(!)$$

8. Überlegen Sie schnell — ohne auf die Hundertertafel zu schauen.

Steht die Zahl XY in der ...

- zweiten Reihe? dritten Spalte? achten Zeile?
 neunten Zeile? achten Reihe? neunten Spalte?
 dritten Reihe? zweiten Zeile? neunten Reihe?
 zweiten Spalte? achten Spalte? dritten Zeile?

9. Welche Additions- und Subtraktions-Operatoren sind „Rösselsprünge“?

14 Färben in Hundertertafeln

Färbe die folgenden Zahlen ein! Wie viele sind es jeweils?

1. Die Vielfachen von

- a) 2 b) 4 c) 5 d) 9 e) 10 f) 11 g) 12 h) 20

2. Die Teiler von

- a) 12 b) 24 c) 30 d) 64 e) 72 f) 84 g) 91 h) 100

3. Alle Quadratzahlen. Welche Abstände haben sie?

4. Alle Primzahlen.

5. Die Zahlen

3 8 12 14 17 19 21 25 26 30 31 40
41 50 52 59 62 69 73 78 84 87 95 96

6. Die Zahlen

1 3 6 10 15 21.....

7. Alle Zahlen mit

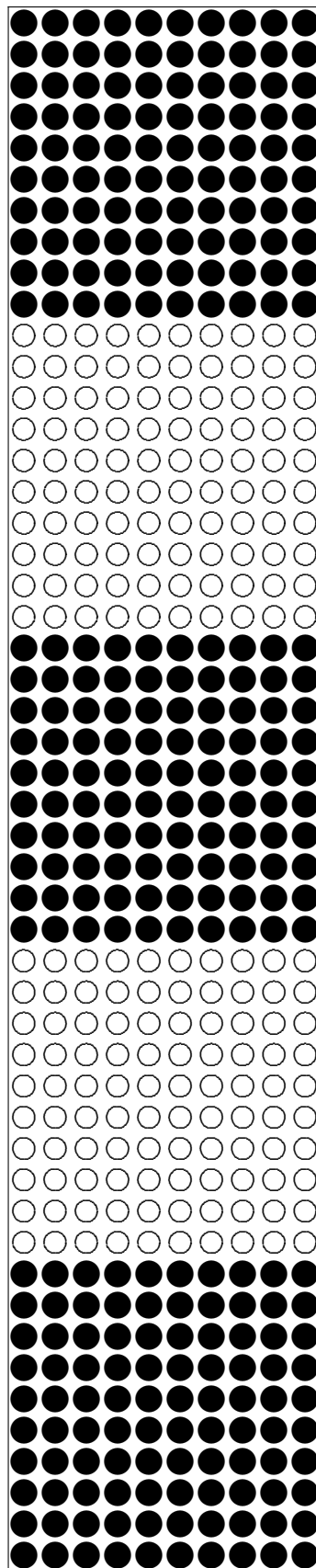
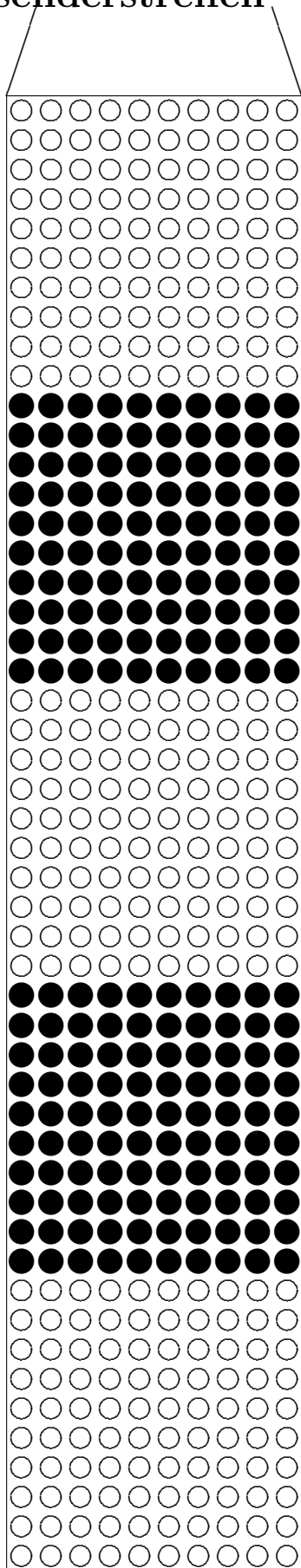
- a) einer Stelle b) zwei Stellen c) drei Stellen

15 Kombinatorik mit Hundertertafeln

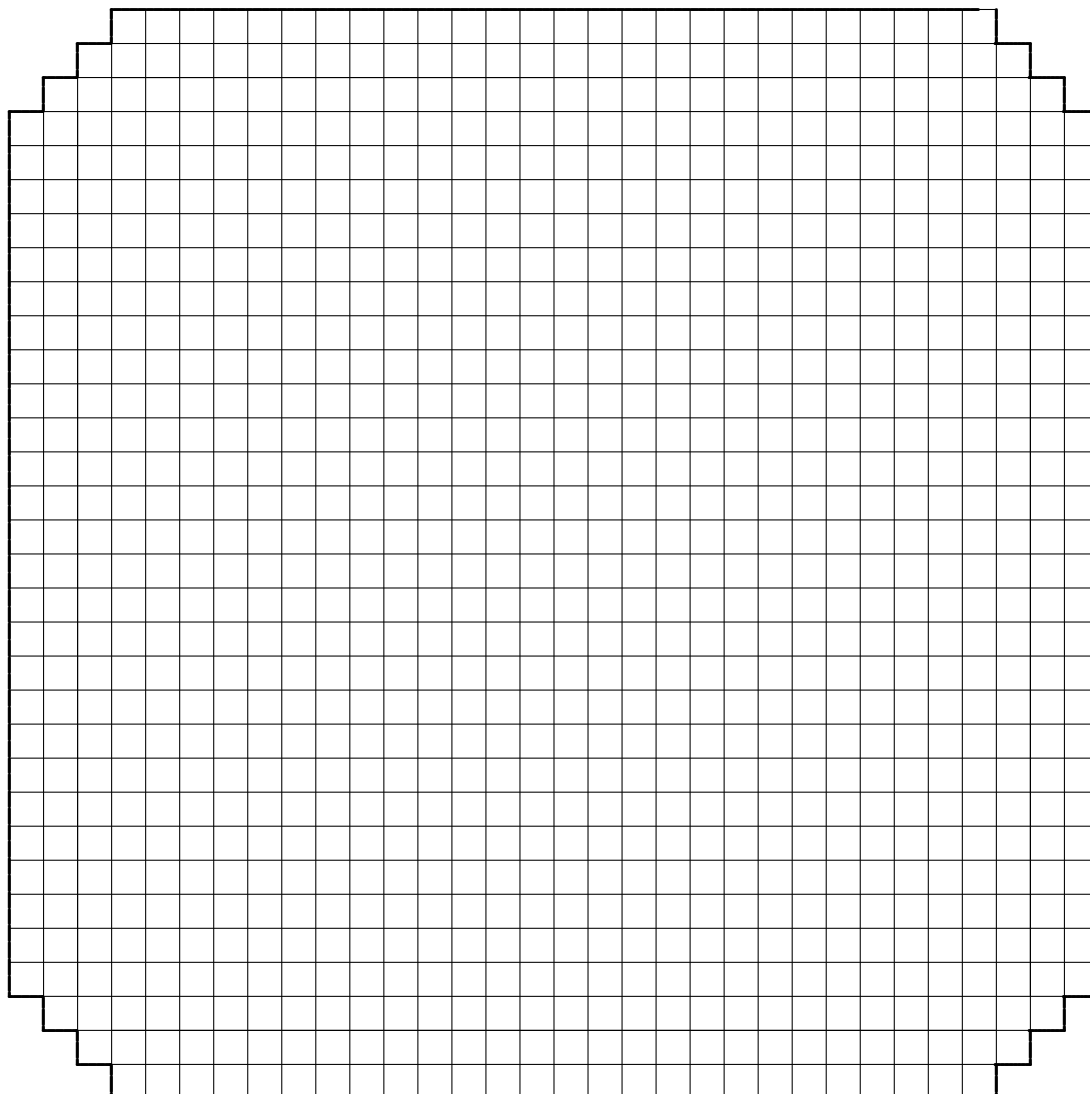
Zähle ab! Wieviele Zahlen auf der Hundertertafel haben ...

1. 7 an der Zehnerstelle?
2. 3 an der Einerstelle?
3. 0 an der Einerstelle?
4. 0 an der Zehnerstelle?
5. 7 an der Zehnerstelle UND 3 an der Einerstelle
6. 7 an der Zehnerstelle ODER 3 an der Einerstelle?
7. ENTWEDER 7 an der Zehnerstelle ODER 3 an der Einerstelle?
8. KEINE 7 an der Zehnerstelle?
9. KEINE 3 an der Einerstelle?

16 Tausenderstreifen

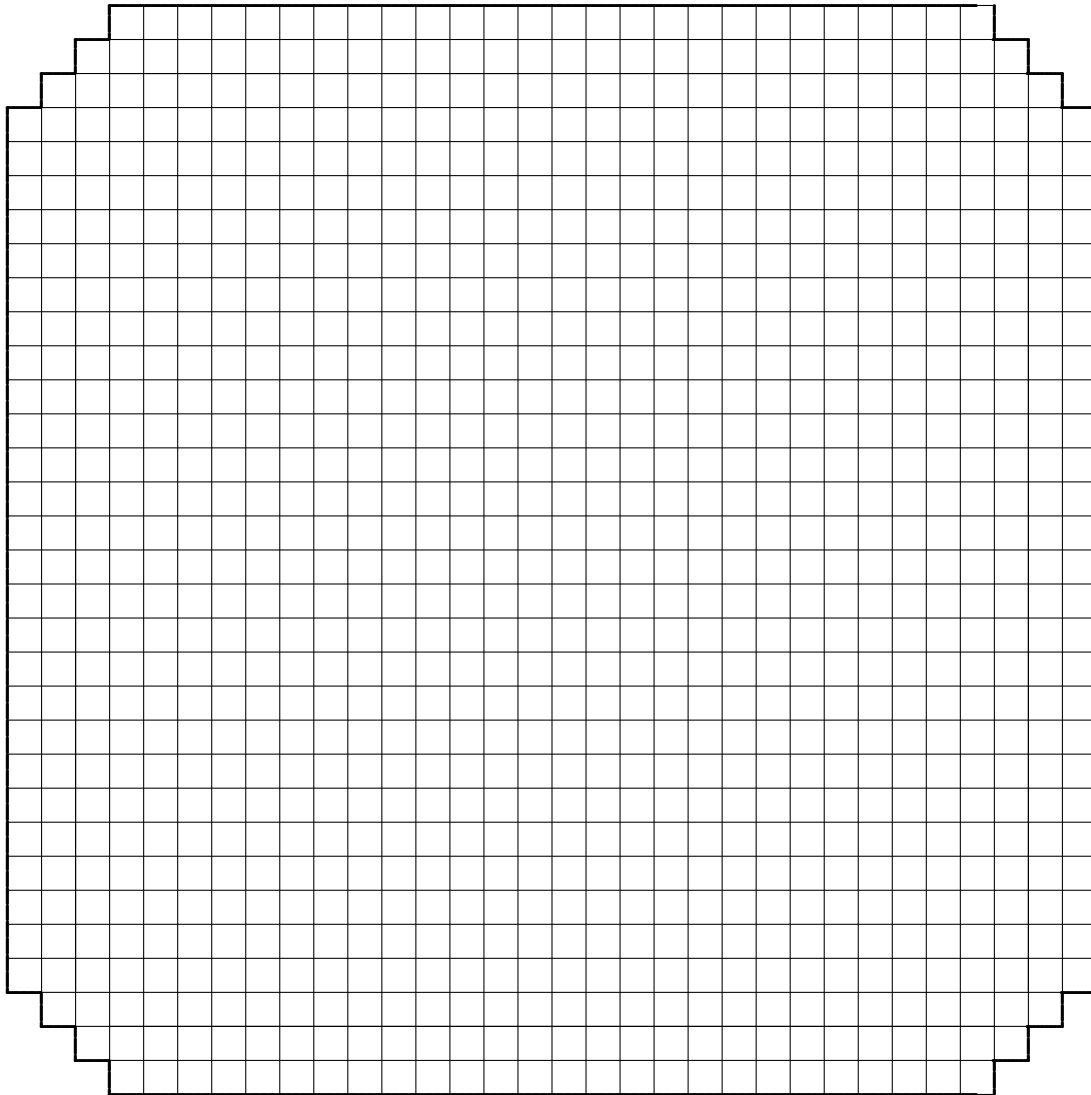


17 Das Tausender-Quadrat — Färben



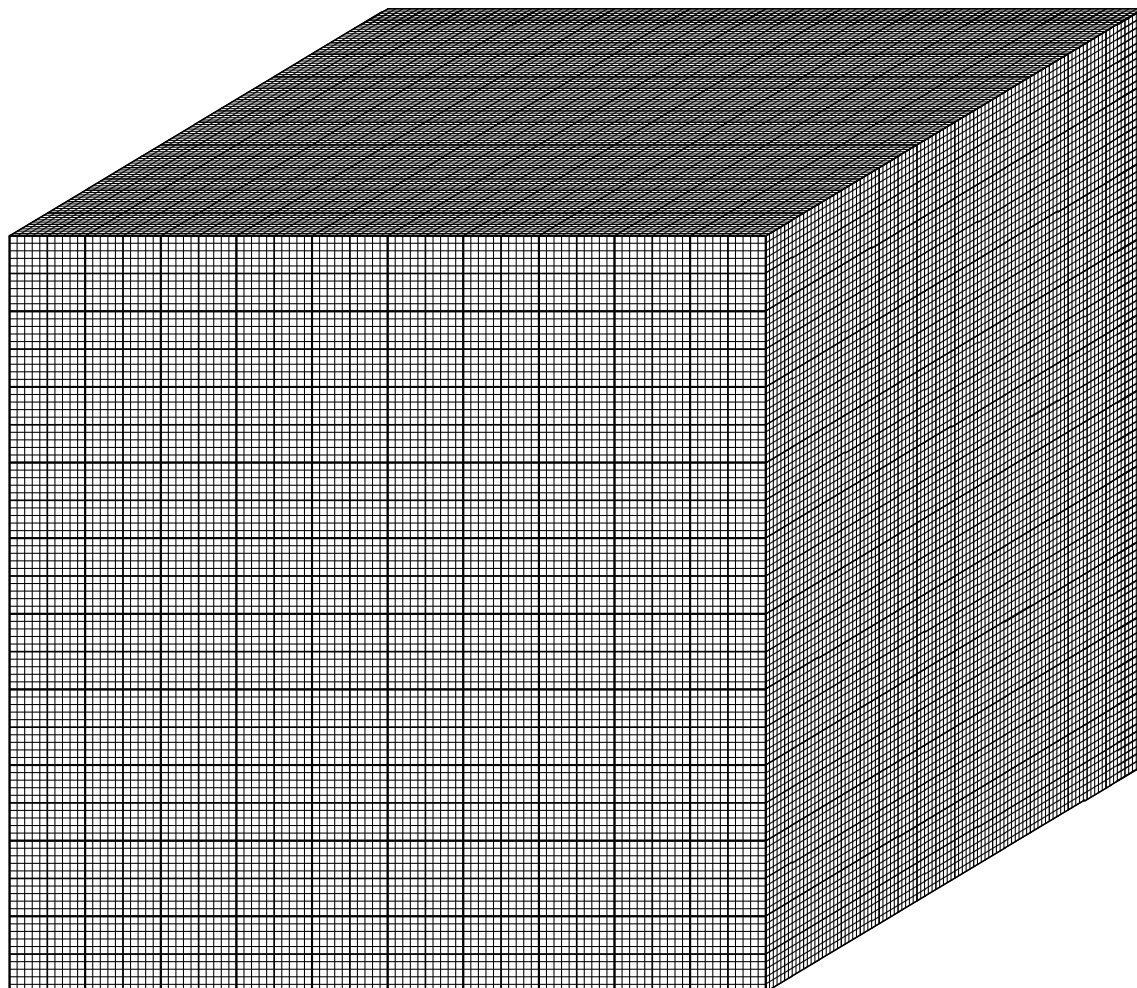
Färbe immer 100 Kästchen mit einer anderen Farbe ein!

18 Das Tausender-Quadrat — Punkten



Setze in jedes Kästchen einen Punkt! Wie lange brauchst Du?

19 Der Millionenkubus



20 Die Gausszahlen

1. Unten links: n schwarze Legosteine liegen nebeneinander in einer Reihe. Wie viele zusätzliche weiße Legosteine benötigt man für einen „Dreiecksturm“?

n =	2	3	4	5	6	7	8	10		

2. Auf einer “School’s out”-Party stoßen alle n Gäste miteinander an. Wie oft erklingen die Cola-Gläser?

n =	2	3	4	5	6	7	8	10		

3. Unten Mitte: In einem Knopf-Quadrat mit n Knöpfen als „Seitenlänge“ sollen alle Knöpfe oberhalb der Diagonale eingefärbt werden. Wie viele sind das?

n =	2	3	4	5	6	7	8	10		

4. Aus einem Stapel mit n verschiedenen Spielkarten werden zwei herausgezogen. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

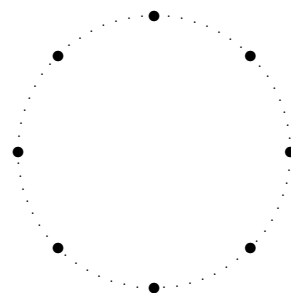
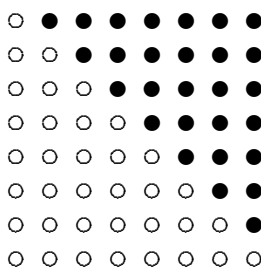
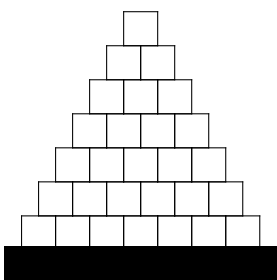
n =	2	3	4	5	6	7	8	10		

5. Es sollen alle Zahlen kleiner als n zusammengezählt werden. Welche Summe erhält man?

n =	2	3	4	5	6	7	8	10		

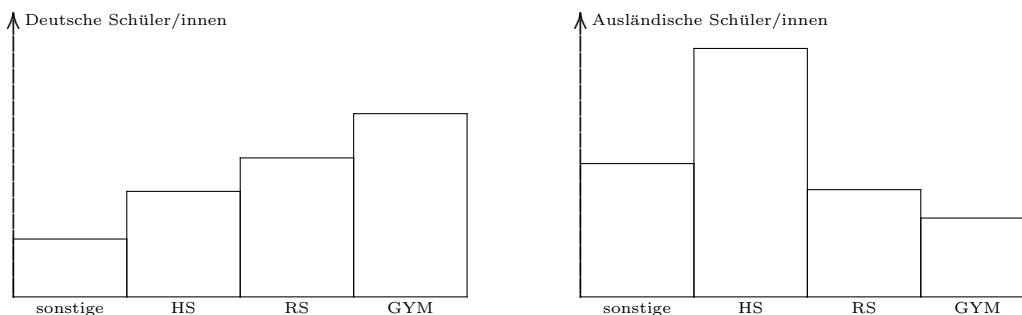
6. Unten rechts: Auf einer Kreislinie sind n Punkte gleichmäßig verteilt. Wie viele Strecken werden benötigt, wenn jeder Punkt mit jedem anderen verbunden werden soll?

n =	2	3	4	5	6	7	8	10		



21 Anregungen zu Migrationshintergrund

- Haben Sie eigene besondere Erfahrungen mit Schüler(innen) mit Migrationshintergrund (**Sch/Mig**) gemacht? Welche?
 - Welche Herkunftsländer oder Herkunftssprachen sind Ihnen begegnet?
 - Würden Sie — summarisch — Sch/Mig eine bestimmte Leistungsfähigkeit zuordnen?
 - Bei welchen schulischen Teilleistungen sehen Sie Sch/Mig mit besonderen Schwierigkeiten konfrontiert?
- Innerhalb welcher Kategorien menschlicher Lebensentfaltung würden Sie besondere Probleme oder Chancen für das Schulleben ausmachen? Welche?
 - Kulturelle Unterschiede
 - Religiöse Unterschiede
 - Soziale oder wirtschaftliche Abgrenzungen
 - Sprache
 - Andere Bildungsauffassungen / -ideale / -systeme
 - Andere Pädagogische Leitvorstellungen
 - Besondere Schulfächer
- Wie bewerten Sie Bildungsgerechtigkeit oder Chancengleichheit angesichts von



- Besteht Ihrer Meinung nach ein besonderer Förderbedarf für Sch/Mig
 - schulisch allgemein?
 - in Mathematik?
 - an Grundschulen?
- Besteht Ihrer Meinung nach eine besondere Chance für Sch/Mig
 - schulisch allgemein?
 - in Mathematik?
 - an Grundschulen?

- In welcher Form oder Intensität sollten Sch/Mig eine besondere schulische Zuwendung erfahren?
 - Äußere Differenzierung: Besondere Schulen / Klassen / Gruppen
 - Innere Differenzierung: Individualisierung / Intensivierung
 - Offenere Unterrichtsformen: Freiarbeit / Lernzirkel / Projektorientierung
 - Besondere Förderung an den Grundschulen
 - Frühförderung
 - Förderprogramme unter Einbeziehung der Eltern
 - Leistungsmessung:
Nachteilsausgleich / Aussetzung der Leistungsmessung / Übersetzung
 - Bilingualer Unterricht
 - Eine umfassend gediegene Unterrichtsgestaltung ist vor allem wesentlich
 - Die besondere Zuwendung ist auch mit einer Stigmatisierung oder Gruppenbildung verbunden.
- Welche Veränderungen bzgl. inhaltlicher Aspekte des Mathematik–Unterrichts halten Sie für notwendig oder günstig zur Einbeziehung von Sch/Mig?
 - Lehrplan
 - Schulbücher
 - Arbeitsmaterialien
- Welches Niveau von Deutsch–Sprachbeherrschung halten Sie für notwendig für den Unterricht in Mathematik?
 - Sprachniveau der Alltagsbewältigung (BICS)
 - Kognitiv–Anspruchsvolle Sprache (CALP)
 - Fachbegriffe
 - Fachsprache
 - Formalsprache (Fachsymbbole, Normierungen)
- Haben Sie selbst Erfahrungen im Zusammenhang von Mathematik und Fremdsprache? Welche?
- Sie sprechen selbst eine Fremdsprache. Beschreiben Sie einen mathematischen Sachverhalt aus der Grundschule, beispielsweise ...
 - einen einfachen Einkaufs- und Bezahlvorgang
 - die Multiplikation als wiederholte Addition
 - das Kommutativgesetz der Addition
 - die schriftliche Subtraktion
 - die Raute
 - den Quader
 - „das Ansparen für den Kauf eines Fahrrads“